

考試所別: 電資研究所 考試科目: 應用數學 准考證號碼: _____

考生請注意: 請用藍或黑色原子筆書寫作答, 直接作答【不另外發答案卷】, 敬祝考試順利。

※應用數學(微積分、工程數學(微分方程、向量分析)、離散數學), 三項選考二項。

一、微積分 (50%)

1. 選擇題, 求下列函數之導函數 (每小題 5 分)

(1) $f(x) = \sqrt{x^3 + 3x^2 + 2} = ?$ (a) 1 (b) 0 (c) -1 (d) $\frac{1.5x^2 + 3x}{\sqrt{x^3 + 3x^2 + 2}}$

(2) $f(x) = x^2 e^{3x} = ?$ (a) 0 (b) $2xe^{3x} + 3x^2 e^{3x}$ (c) -1 (d) 1

(3) $f(x) = \frac{(x-1)^2}{x^2} = ?$ (a) $\frac{1}{(x+2)^2}$ (b) $\frac{2}{x^2} - \frac{2}{x^3}$ (c) 1 (d) -1

(4) $f(x) = \tan \sqrt{3x} = ?$ (a) -1 (b) $\frac{3 \sec^2 \sqrt{3x}}{2\sqrt{3x}}$ (c) 0 (d) $3 \sec^2 \sqrt{3x}$

(5) $f(x) = (3x - 1)(2x + 5) = ?$ (a) $12x + 13$ (b) $\frac{3 \sec^2 \sqrt{3x}}{2\sqrt{3x}}$ (c) $\frac{1}{2\sqrt{3x}}$ (d) 1

2. 選擇題, 求下列不定積分 (每小題 5 分)

(1) $\int (x^4 - 1)^2 4x^3 dx = ?$ (a) $x+c$ (b) $x-c$ (c) x^2+c (d) $\frac{(x^4-1)^3}{3} + c$

(2) $\int \frac{x \cos \sqrt{3x^2-6}}{\sqrt{3x^2-6}} dx = ?$ (a) -1 (b) $\frac{1}{3} \sin \sqrt{3x^2-6} + c$ (c) $1 \frac{-1}{4 \sin^2 2x} + c$ (d) $\frac{-1}{4 \sin^2 2x} + c$

(3) $\int x^2 e^x dx = ?$ (a) $e^x x^3 + c$ (b) $e^x + c$ (c) $(x^2 - 2x + 2)e^x + c$ (d) $x+c$

(4) $\int \frac{x}{\sqrt{4-x^2}} dx = ?$ (a) $\sqrt{4-x^2} + c$ (b) $-\sqrt{-x^2} + c$ (c) $-\sqrt{4-x^2} + c$ (d) $-\sqrt{4+x^2} + c$

(5) $\int x^{1/2} dx = ?$ (a) -1 (b) $\frac{2}{3}(1+x^2)^2 + c$ (c) $\frac{2}{3}(1+x^2)^{3/2} + c$ (d) $\frac{2}{3}x^{3/2} + c$

答案欄:

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
1					
2					

二、工程數學 (50%) (每小題 5 分)

1. 求下列微分方程式：

(1) $y'' - 6y' + 9y = 0$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 1$ 之特解。 $y_p = ?$

(a) $1.6e^{-2x} - 3.2e^{-3x}$ (b) $e^{3x} - 2xe^{3x}$ (c) $\frac{2}{3}(1+x^2)^2 + c$ (d) $e^{-2x} - e^{-3x}$ (5%)

(2) $y'' - 6y' + 9y = 7e^{5x}$, 則 $y_p = ?$ (a) $\frac{7}{4}x^2e^{5x}$ (b) $\frac{7}{4}xe^{5x}$ (c) $\frac{7}{4}e^{-5x}$ (d) $\frac{7}{4}e^{5x}$ (5%)

(3) $y'' - 6y' + 9y = 7e^{3x}$, 則 $y_p = ?$ (a) $\frac{7}{2}x^2e^{3x}$ (b) $\frac{7}{2}xe^{3x}$ (c) $\frac{7}{2}e^{-3x}$ (d) $\frac{7}{2}e^{3x}$ (5%)

2. 若 A 為一 2x2 的矩陣, 且 $\det(A) = -2$, 試求下列行列式值。

(1) $\det(3A) = ?$ (a) -15 (b) -16 (c) -17 (d) -18 (5%)

(2) $\det(2AA^T) = ?$ (a) 15 (b) 16 (c) 17 (d) 18 (5%)

(3) $\det(A^3) = ?$ (a) -8 (b) -10 (c) -12 (d) -14 (5%)

(4) $\det(2A^T(A^{-1})^2) = ?$ (a) -2 (b) -3 (c) -4 (d) -5 (5%)

3. 若矩陣 $A = \begin{bmatrix} 1 & 1/2 \\ 1/2 & 1 \end{bmatrix}$, 試求：

(1) 特徵值? (a) 1/2 或 3/2 (b) -1 或 0 (c) 2 或 -1 (d) -4 或 3

(2) 特徵向量? (a) $\left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \right\}$ (b) $\left\{ \begin{bmatrix} 1/2 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 3/2 \end{bmatrix} \right\}$ (c) $\left\{ \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} \right\}$ (d) $\left\{ \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 \\ -4 \end{bmatrix} \right\}$

(3) 求相似之對角矩陣 D? (a) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ (b) $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ (c) $\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$ (d) $\begin{bmatrix} 1/2 & 0 \\ 0 & 3/2 \end{bmatrix}$

答案欄：

	(1)	(2)	(3)	(4)
1				
2				
3				

三、離散數學 (50%) (每小題 5 分)

1. 令 $U = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$, $A = \{1,2,3,4,5\}$, $B = \{3,4,5,6,7\}$ 。試找出下列集合關係。

- (1) $A \cup B = ?$ (a) $\{1,2,3,4,5,6,7\}$ (b) $\{2,4,5,6,7,8\}$ (c) $\{1, 9\}$ (d) $\{3,10\}$
 (2) $A \cap B = ?$ (a) $\{1,2,3,6,9,10\}$ (b) $\{3,4,5\}$ (c) $\{1, 9\}$ (d) $\{3,10\}$
 (3) $A - B = ?$ (a) $\{1,2,3,6,9,10\}$ (b) $\{1,2,6,7\}$ (c) $\{1,2\}$ (d) $\{3,10\}$
 (4) $A' = ?$ (a) $\{1,2,3,6,9,10\}$ (b) $\{2,4,5,6,7,8\}$ (c) $\{1, 9\}$ (d) $\{6,7,8,9,10\}$
 (5) $B' = ?$ (a) $\{1,2,8,9,10\}$ (b) $\{1,4,5,7,8,9\}$ (c) $\{1, 9\}$ (d) $\{3,10\}$

2. 有關排列函數問題如下：

(1) 令 $A = \{1,2,3,4,5\}$ 且 $f \in S_A$, $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 4 & 2 & 3 & 5 & 1 \end{pmatrix}$, 請問 f 的迴圈表示法為何？

- (a) $f = (2\ 5\ 3)$ (b) $f = (2\ 4\ 5\ 3)$ (c) $f = (2\ 3)$ (d) $f = (1\ 4\ 5)$

(2) 若 f 之迴圈表示法為： $f = (2\ 4\ 5\ 3)$, 請問 f 的陣列表示法為何？

- (a) $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 1 \end{pmatrix}$ (b) $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 4 & 2 & 5 & 3 \end{pmatrix}$ (c) $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 4 & 2 & 3 & 5 & 1 \end{pmatrix}$
 (d) $f = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 3 & 2 & 1 \\ 4 & 2 & 3 & 5 & 1 \end{pmatrix}$

3. 假設 A、B、C、D 是網路上 4 個節點；在 A 與 C 間有 2 條路徑、B 與 D 間有 2 條路徑、A 與 B 間有 3 條路徑、C 與 D 間有 4 條路徑。若從 B 點傳送一個訊息到 C 點，請問共有多少種路徑可供選擇？ (a) 11 (b) 12 (c) 13 (d) 14

4. 有關排列組合問題如下：

- (1) 假設某班級有男生 7 人、女生 5 人，要從男生中選出 3 人、女生選出 2 人組成委員會，請問共有多少種選擇？ (a) 330 (b) 350 (c) 370 (d) 390
 (2) 若找出 5 位學生排成一列，請問共有幾種排列方式？ (a) 100 (b) 110 (c) 120 (d) 130

答案欄：

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
1					
2					
3					
4					

